Dipartimento di Ingegneria Civile
Università di Pisa

Anno accademico 2005 / 2006

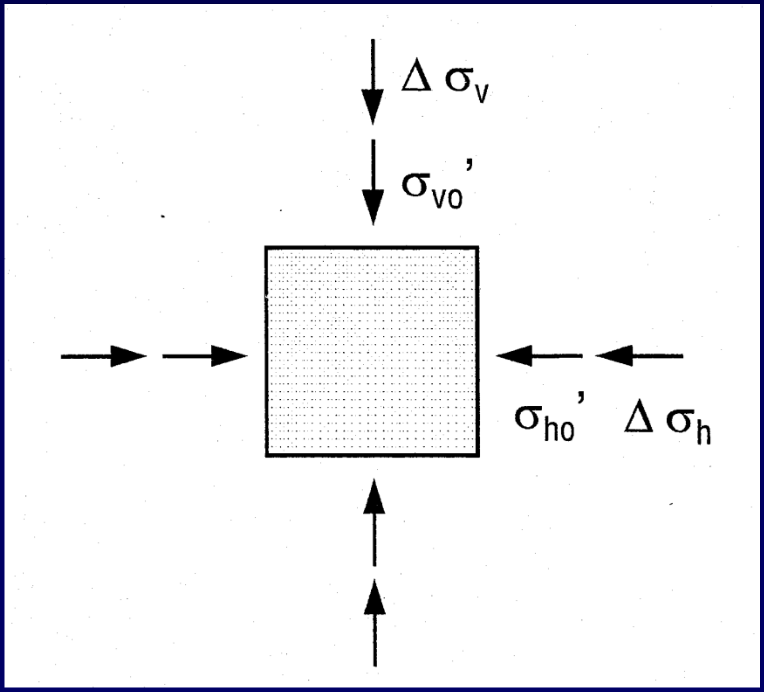
GEOTECNICA

Tensioni indotte

Prof. Lo Presti

DISTRIBUZIONE DELLE TENSIONI INDOTTE DA CARICHI APPLICATI AL TERRENO

Incrementi delle tensioni ($\Delta\sigma_v$, $\Delta\sigma_h$, …) indotti da carichi applicati sul terreno. Soluzioni della teoria dell’elasticità.



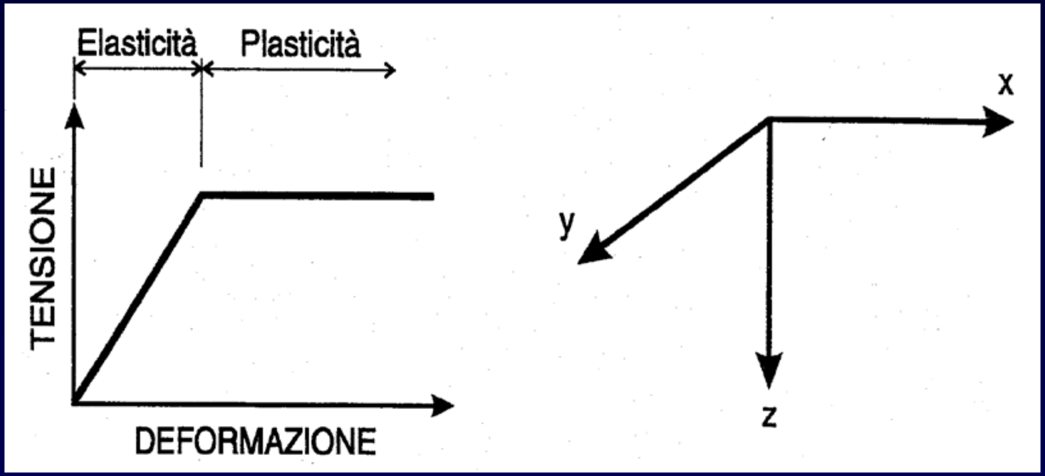
FORMULE DELLA TEORIA DELL'ELASTICITA'

MEZZO ELASTICO – ISOTROPICO – OMOGENEO

$$\varepsilon_x = 1/E\,[\sigma_x - \nu\,(\sigma_y + \sigma_z)]$$

$$\varepsilon_y = 1/E\,[\sigma_y - \nu\,(\sigma_x + \sigma_z)]$$

$$\varepsilon_z = 1/E\,[\sigma_z - \nu\,(\sigma_x + \sigma_y)]$$



$$\sigma_x = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}\left(\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z\right) + \frac{E}{1+\nu}\,\varepsilon_x$$

$$\sigma_y = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}\left(\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z\right) + \frac{E}{1+\nu}\,\varepsilon_y$$

$$\sigma_z = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}\left(\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z\right) + \frac{E}{1+\nu}\,\varepsilon_z$$

TEORIA DI BOUSSINESQ
IPOTESI SEMPLIFICATIVE

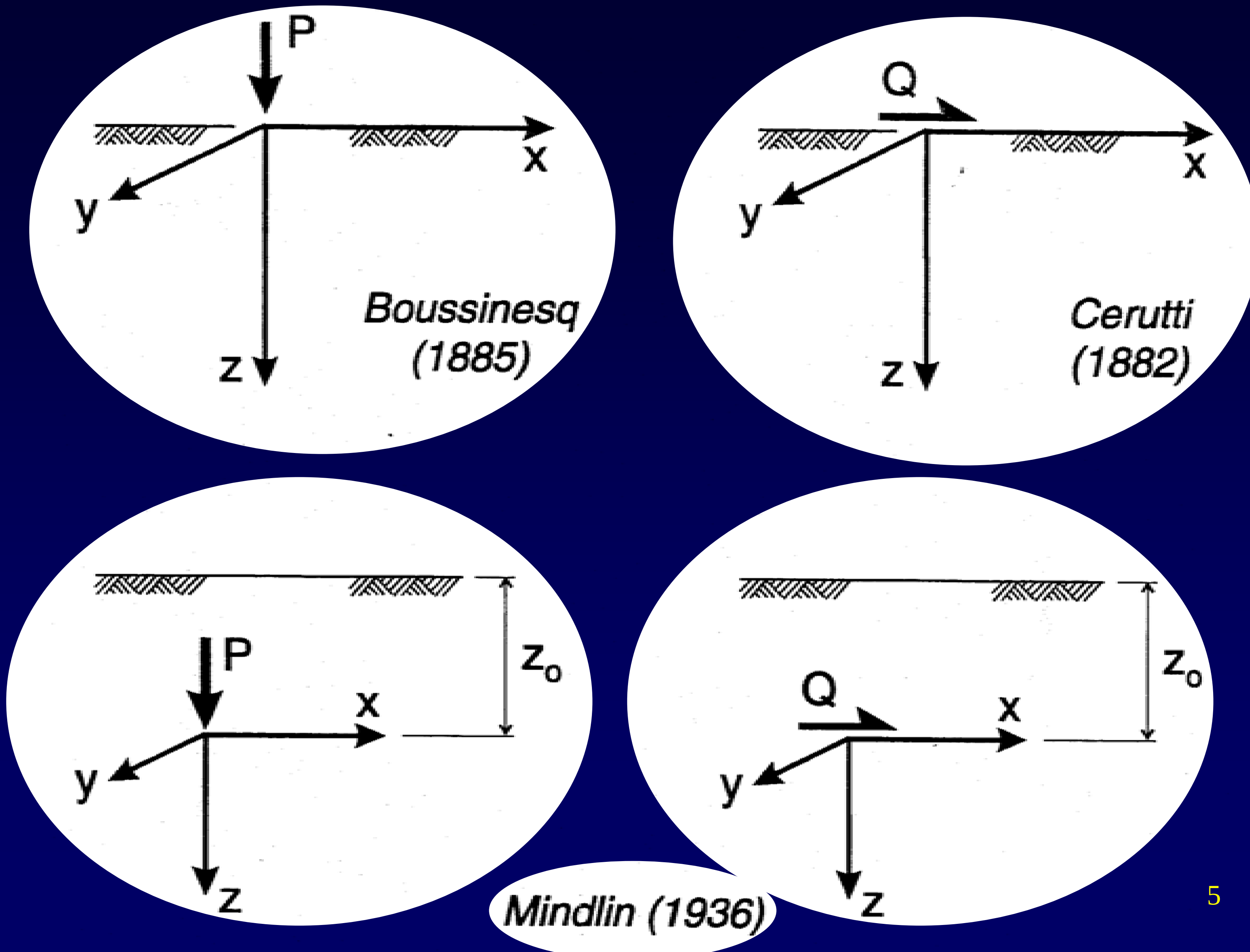
Terreno assimilato ad un mezzo continuo, isotropo, omogeneo ed elastico, i.e. E, ν invarianti nello spazio e nel tempo nonché indipendenti dal livello delle tensioni

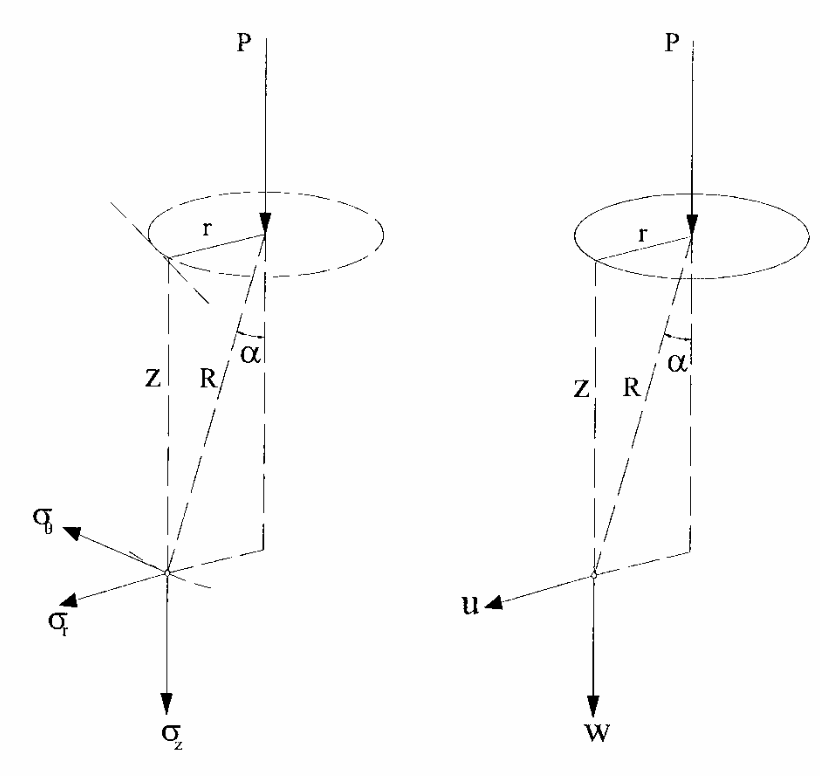
Area di carico infinitamente flessibile, i.e. $E_F J_F = 0$

Area di carico superficiale, i.e. posta al limite superiore del semispazio elastico

In virtù della prima ipotesi si applica il principio della sovrapposizione degli effetti

SOLUZIONI BASE





$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{zr}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_\vartheta}{r} = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\tau_{rz}}{r} = 0$$

$$\varepsilon_r = \frac{\partial u}{\partial r} \qquad \varepsilon_\vartheta = \frac{u}{r} \qquad \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} \qquad \gamma_{zr} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r}$$

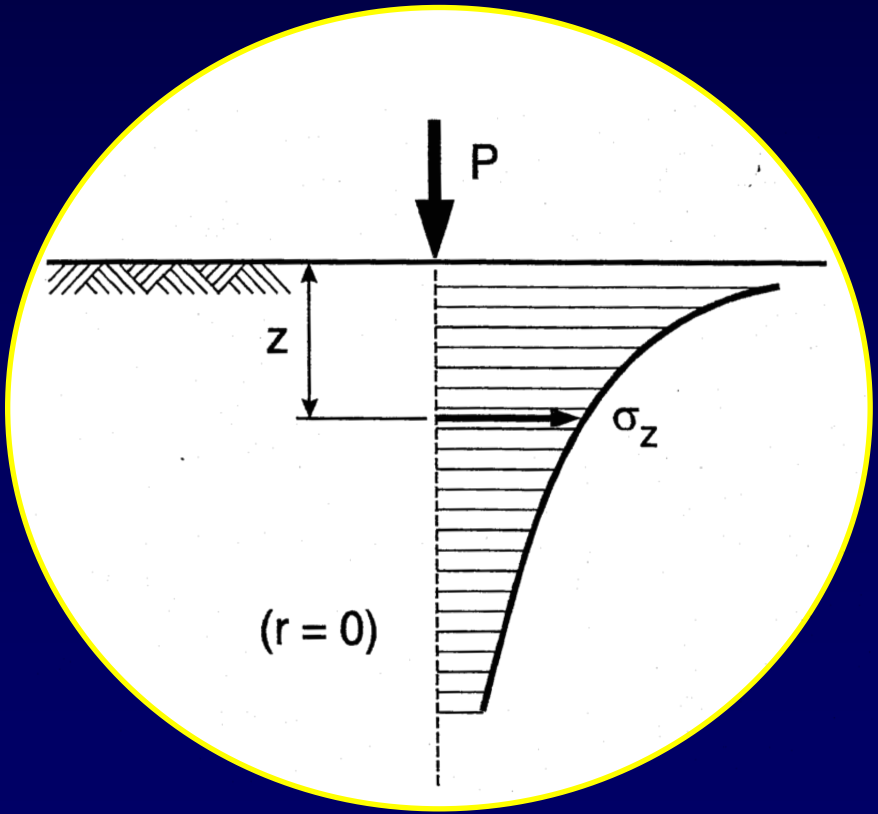
$$\tau_{rz} = \frac{3P\, z^2\, r}{2\pi\, R^5}$$

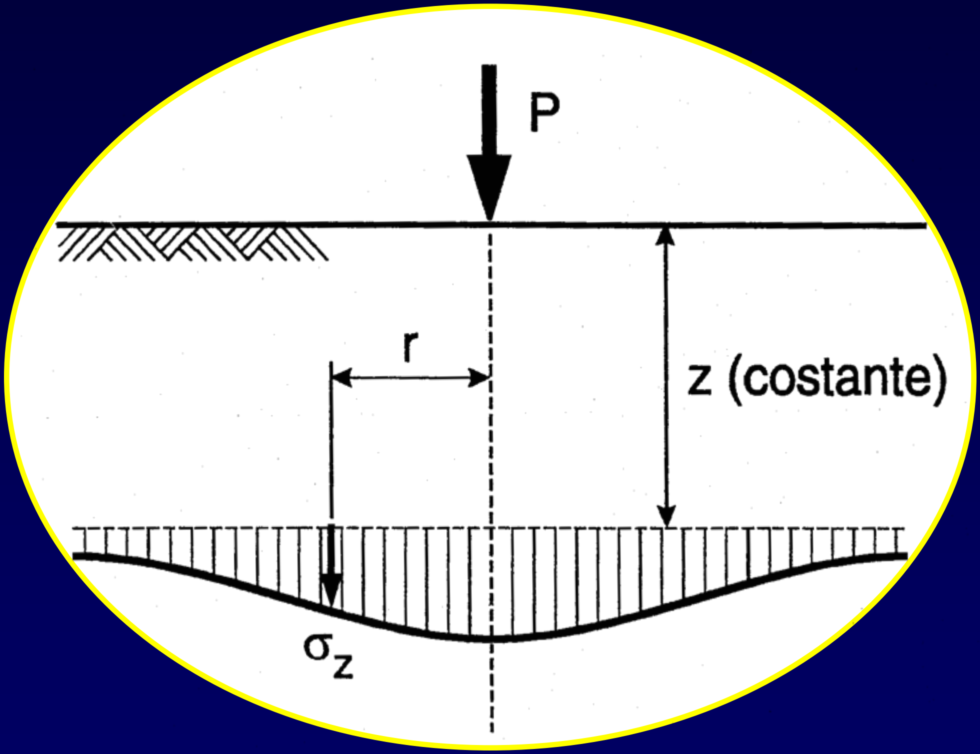
$$\sigma_z = \frac{3P\, z^3}{2\pi\, R^5}$$

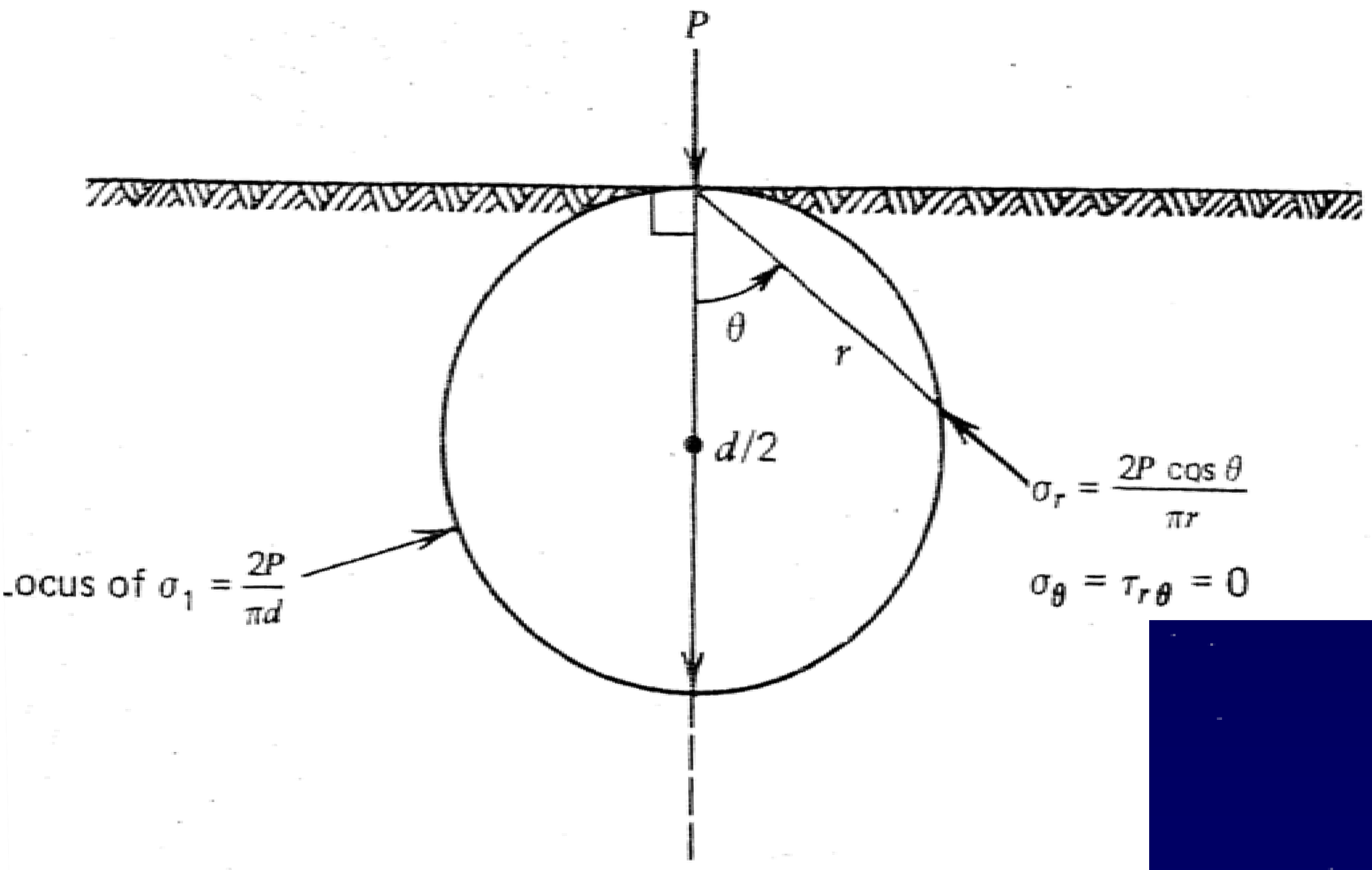
$$\sigma_r = \frac{P}{2\pi}\left[\frac{3\, z\, r^2}{R^5} - \frac{1-2\nu}{R\,(R+z)}\right]$$

$$\sigma_\theta = \frac{P}{2\pi}\,(1-2\nu)\left[\frac{1}{R\,(R+z)} - \frac{z}{R^3}\right]$$

TENSIONE VERTICALE INDOTTA DA UN CARICO PUNTIFORME

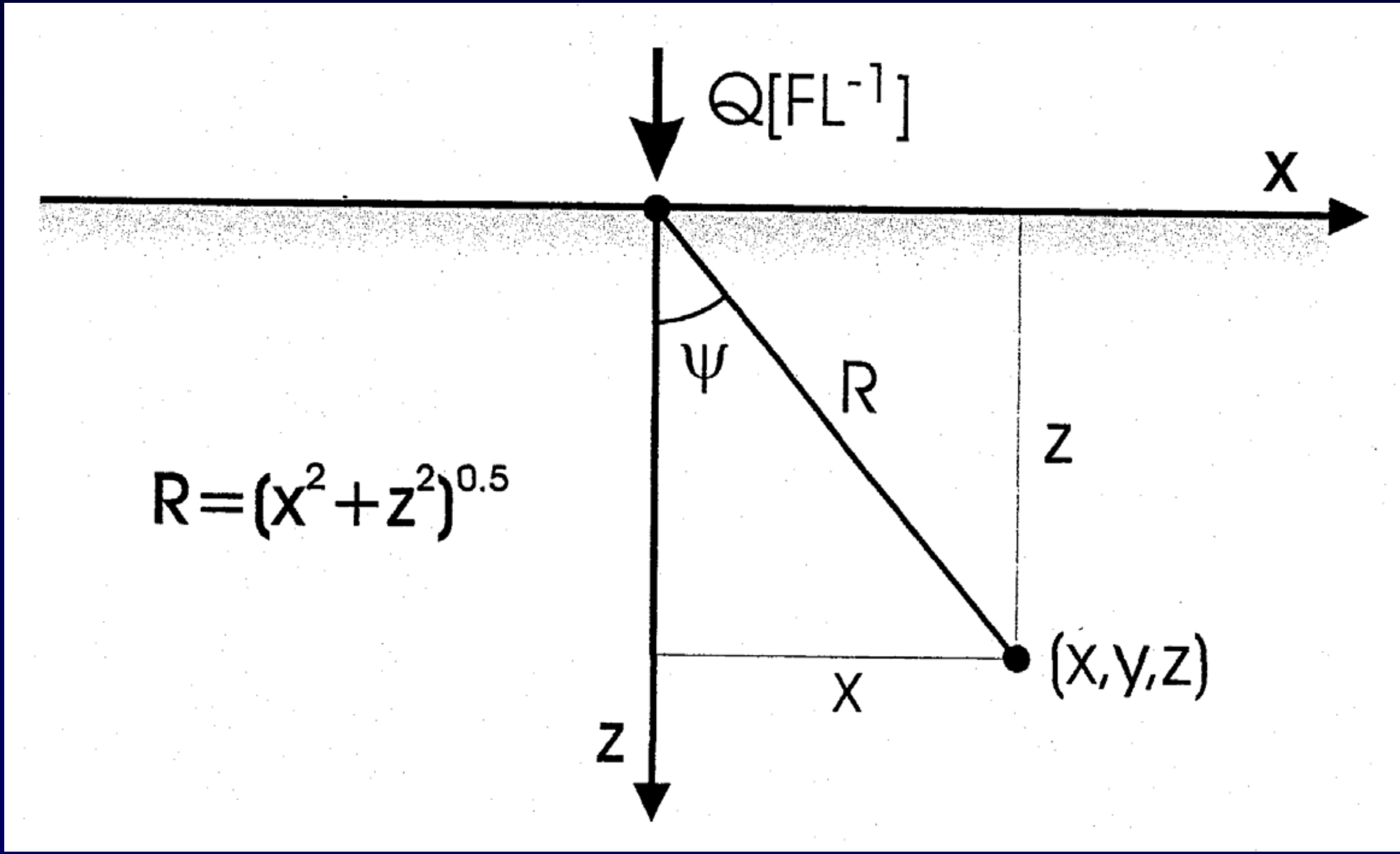





P
θ
r
d/2
$\sigma_r = \frac{2P\cos\theta}{\pi r}$
$\sigma_\theta = \tau_{r\theta} = 0$
Locus of $\sigma_1 = \frac{2P}{\pi d}$

(a)

CARICO LINEARE UNIFORME



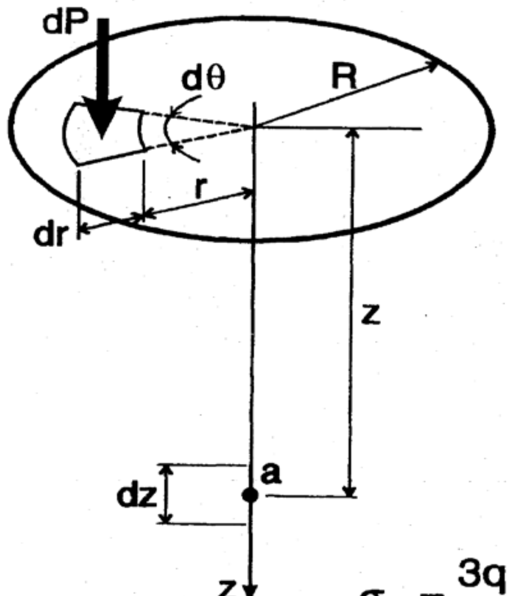
$$\sigma_z = \frac{2Q}{\pi}\,\frac{z^3}{R^4}\,; \quad \sigma_x = \frac{2Q}{\pi}\,\frac{x^2 z}{R^4}\,; \quad \sigma_y = \frac{2Q}{\pi}\,\frac{z\,\nu}{R^2}\,;$$

CARICO UNIFORME
RIPARTITO SU AREE DI DIMENSIONI FINITE

Suddivisione dell'area di carico (*A*) in piccole aree elementari (*dA*) soggette a carico puntiforme *dP = q dA*

Integrazione dell'equazione di Boussinesq per il carico puntiforme estesa all'intera area di calcolo.

ESEMPIO: ***tensione verticale sotto il baricentro di un'area circolare***

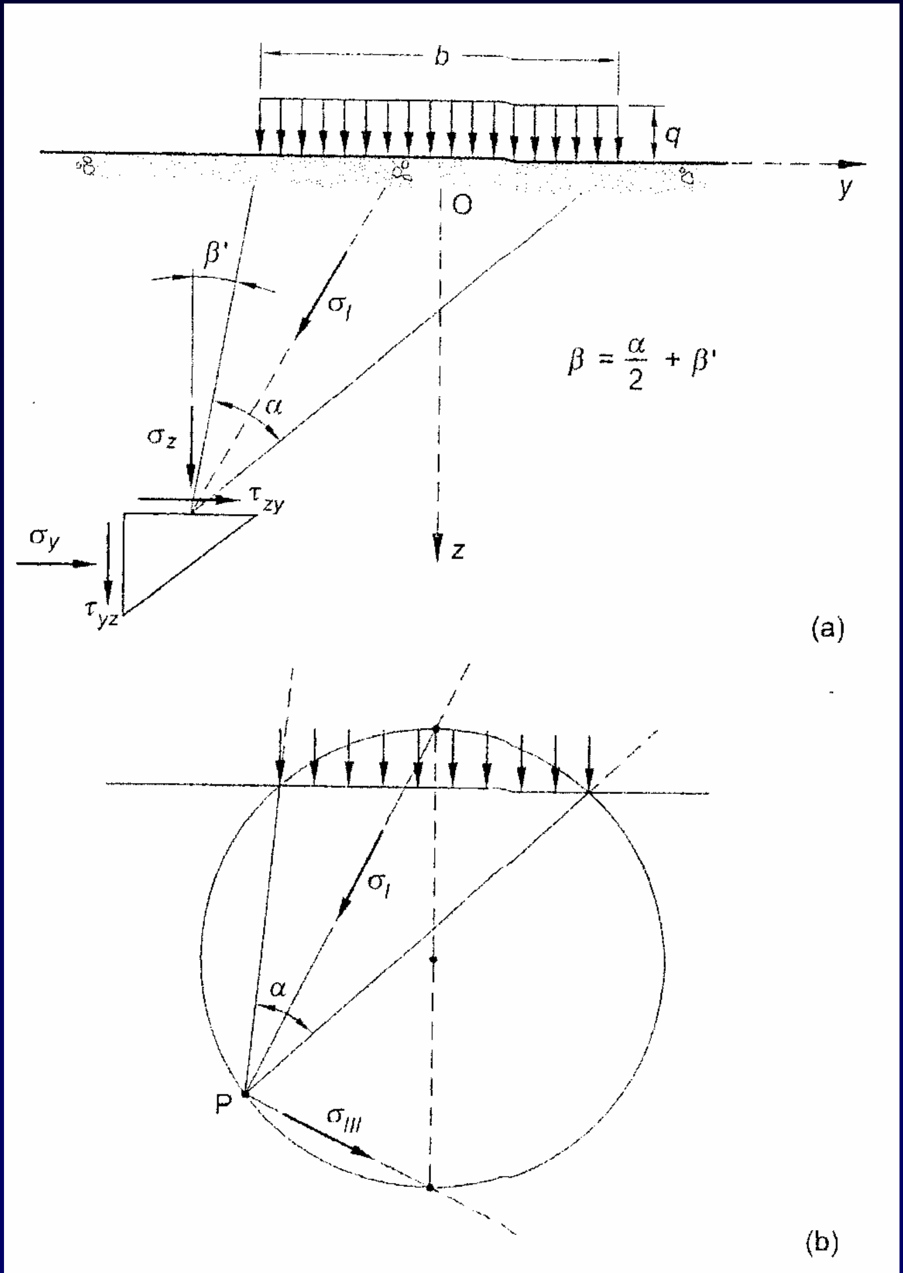


$$d\sigma_z = \frac{dP}{2\pi} \cdot \frac{3z^3}{\left(\sqrt{r^2+z^2}\right)^5}$$

$$= \frac{q}{2\pi} \cdot \frac{3z^3}{\left(\sqrt{r^2+z^2}\right)^5} \cdot dA$$

$$dA = r \cdot d\theta \cdot dr$$

$$\sigma_z = \frac{3q}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{R} \frac{z^3}{\left(\sqrt{r^2+z^2}\right)^5} \cdot r \cdot d\theta \cdot dr$$



$$\sigma_z = \frac{q}{\pi}(\alpha + \sin\alpha\cos 2\beta)$$

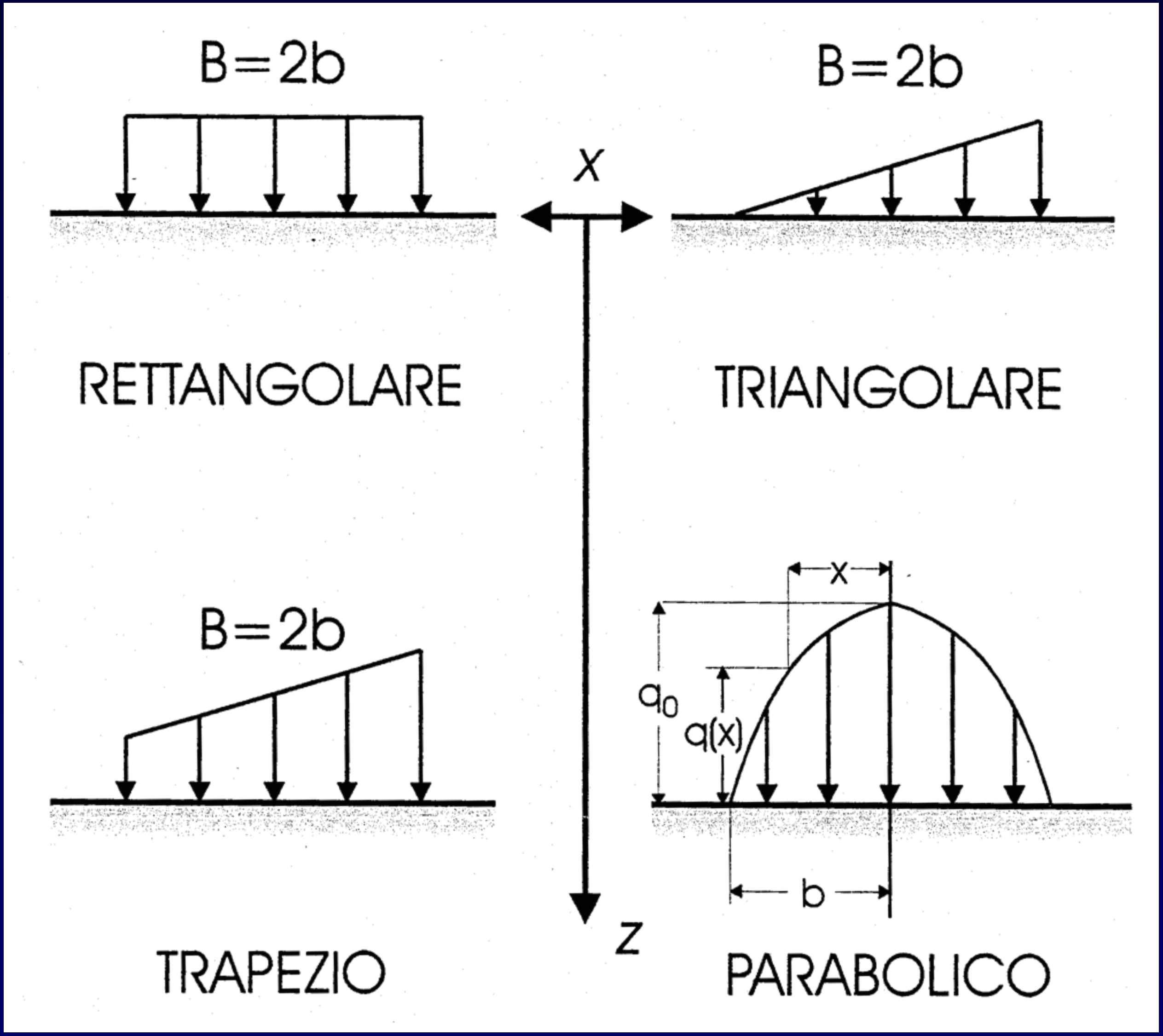
$$\sigma_y = \frac{q}{\pi}(\alpha - \sin\alpha\cos 2\beta)$$

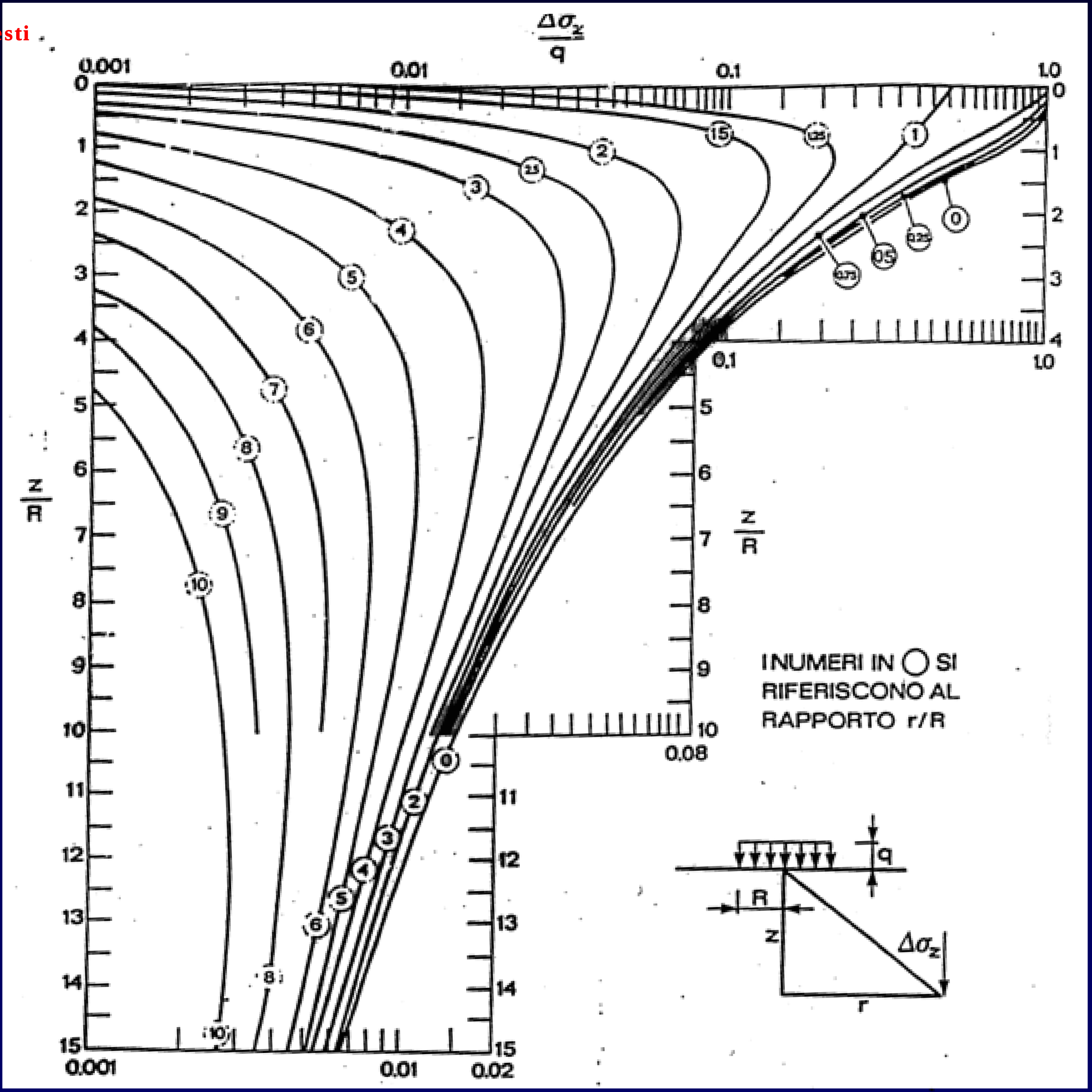
$$\tau_{zy} = \frac{q}{\pi}(\sin\alpha\sin 2\beta)$$

$$\sigma_I = \frac{q}{\pi}(\alpha + \sin\alpha)$$

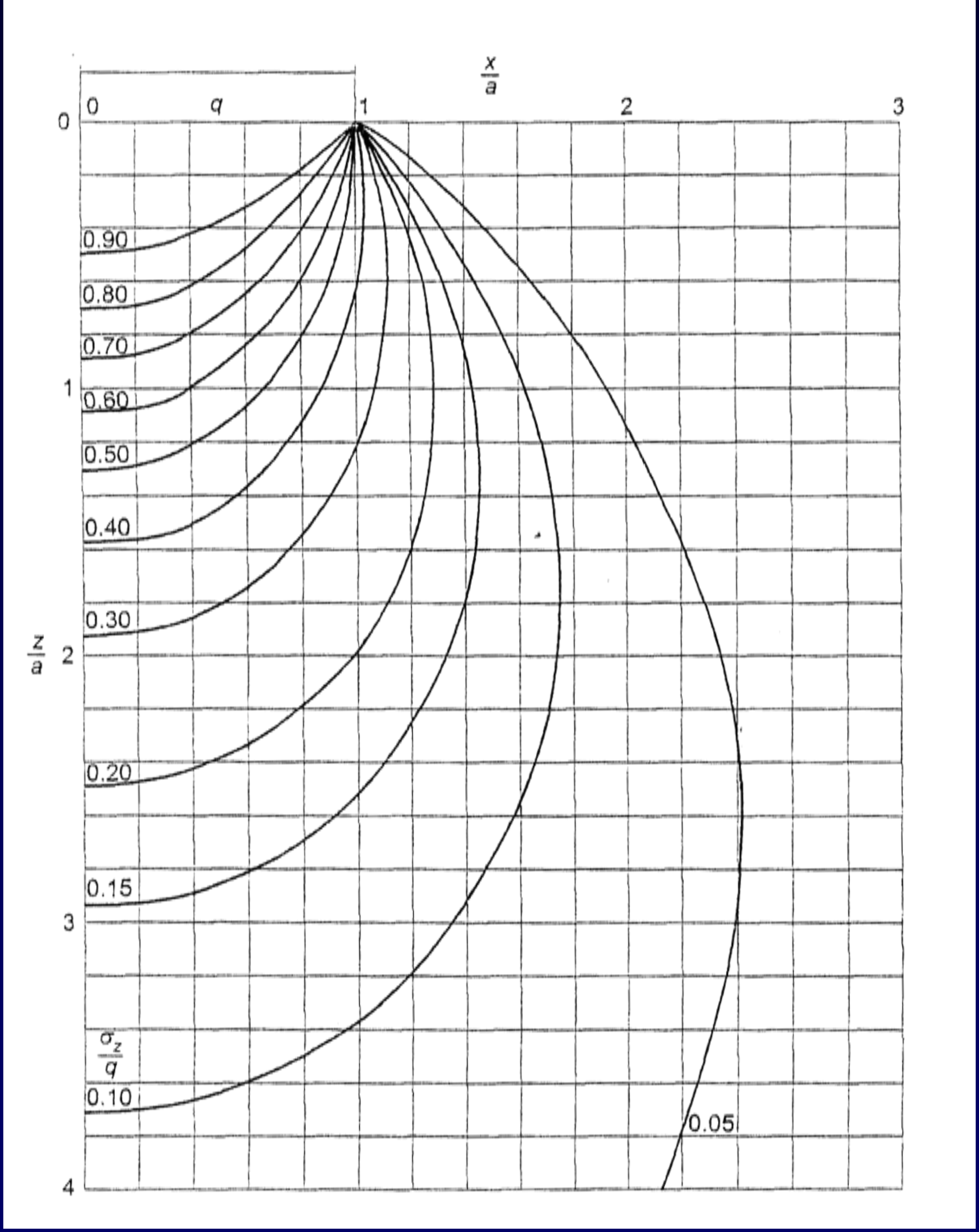
$$\sigma_{III} = \frac{q}{\pi}(\alpha - \sin\alpha)$$

CONDIZIONI DI DEFORMAZIONE PIANA

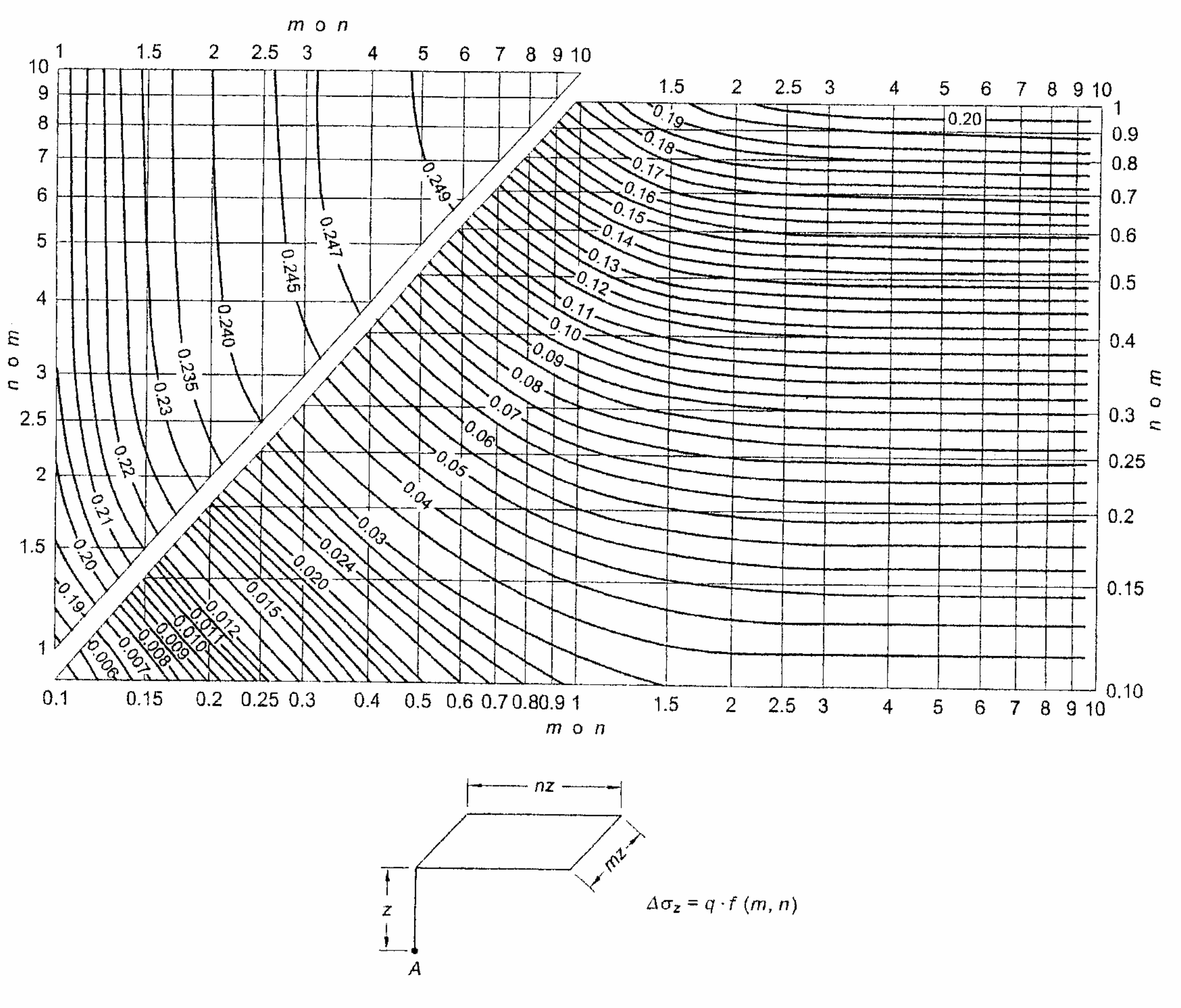




$\frac{\Delta\sigma_z}{q}$
0.001
0.01
0.1
1.0
$\frac{z}{R}$
I NUMERI IN ◯ SI RIFERISCONO AL RAPPORTO r/R
0.08
0.02
q
R
z
$\Delta\sigma_z$
r



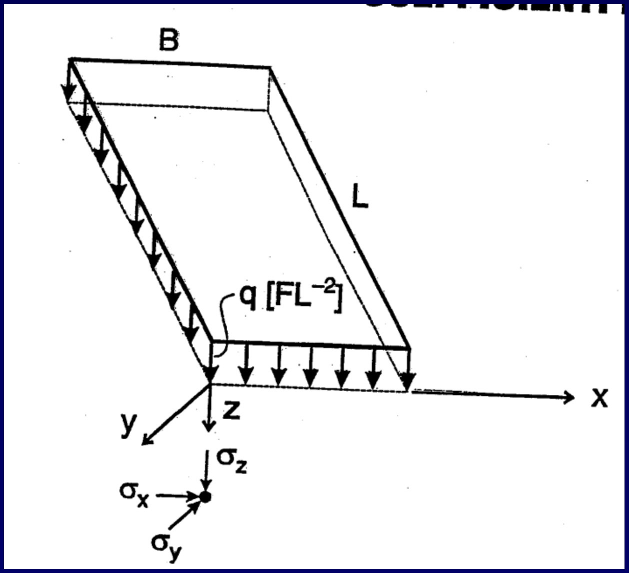
$\frac{x}{a}$
0
q
1
2
3
0
1
2
3
4
$\frac{z}{a}$
0.90
0.80
0.70
0.60
0.50
0.40
0.30
0.20
0.15
$\frac{\sigma_z}{q}$
0.10
0.05


m o n
n o m
0.249
0.247
0.245
0.240
0.235
0.23
0.22
0.21
0.20
0.19
0.18
0.17
0.16
0.15
0.14
0.13
0.12
0.11
0.10
0.09
0.08
0.07
0.06
0.05
0.04
0.03
0.024
0.020
0.015
0.012
0.011
0.010
0.009
0.008
0.007
0.006
nz
mz
z
A
$\Delta\sigma_z = q \cdot f\ (m, n)$

DISTRIBUZIONE DELLE TENSIONI INDOTTE DA SOVRACCARICHI
- COEFFICIENTI DI INFLUENZA -

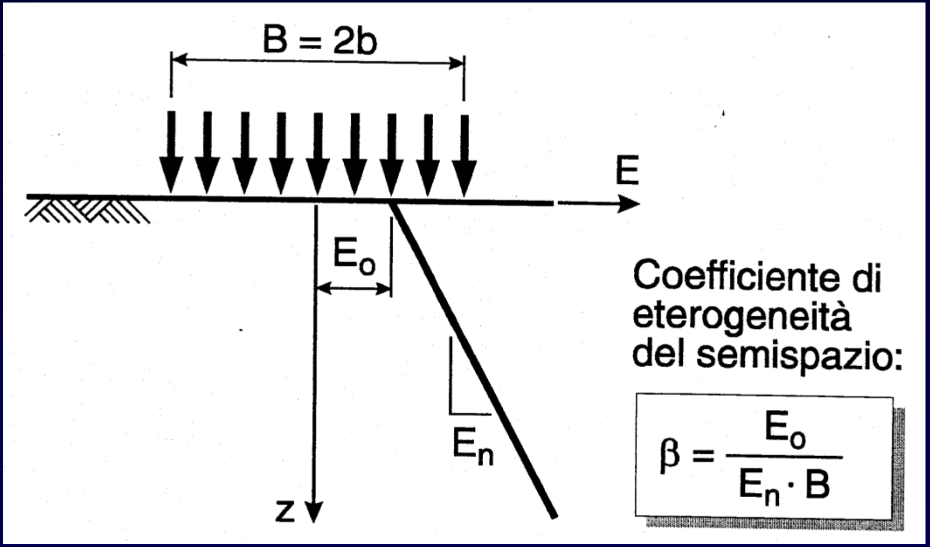
Coefficienti di influenza (I_f) dipendono dalla:

- profondità relativa (z/B) e posizione (x/B, y/B) del punto considerato.
- geometria L/B dell'area di carico.
- distribuzione dei carichi sull'area stessa.
- rigidezza flessionale della fondazione.
- modello del mezzo elastico di riferimento



$$\sigma_z = I_z\, q$$
$$\sigma_x = I_x\, q$$
$$\sigma_y = I_y\, q$$

SEMISPAZIO “ETEROGENEO”

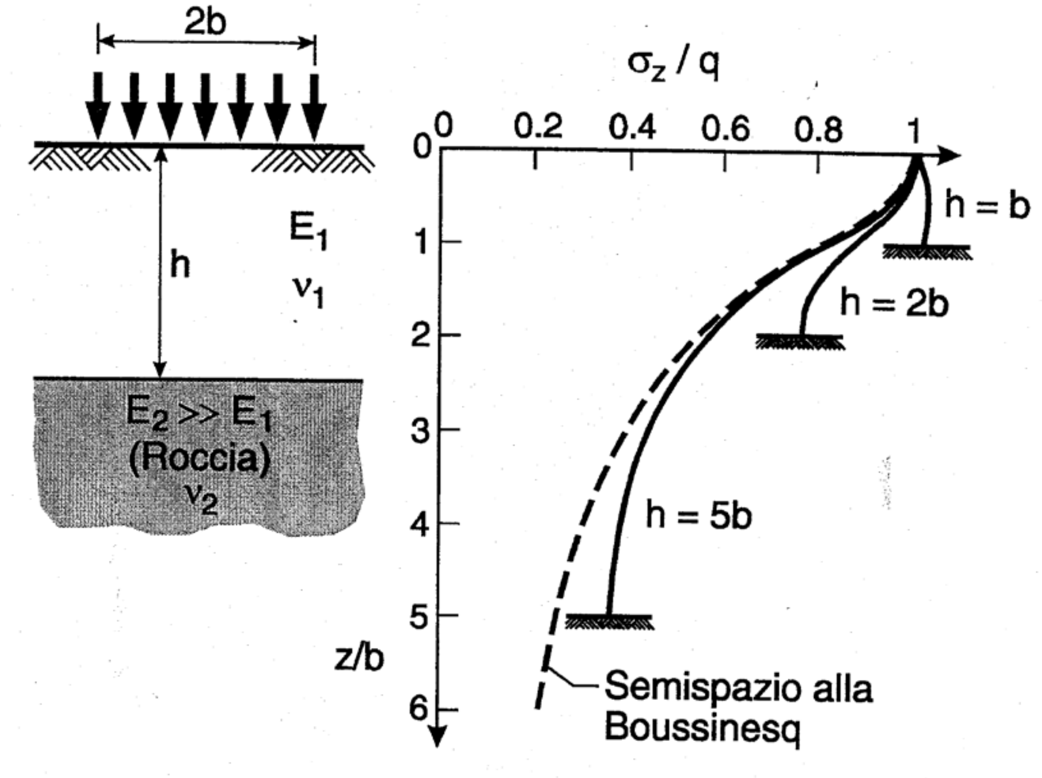


Semispazio elastico isotropico ed eterogeneo, avente costanti elastiche (E_0, E_n, ν) indipendenti dal livello delle tensioni indotte, il modulo di elasticità varia con la profondità.

$\beta = 0$ => modello di Winkler

$\beta > 10$ => modello di Boussinesq

STRATO “ELASTICO” DI SPESSORE FINITO



Strato elastico isotropo ed omogeneo, costanti elastiche (E_1, ν_1 E_2, ν_2) indipendenti dal livello delle tensioni e dalla posizione.

APPLICABILITA'

- La non linearità di tipo meccanico non influenza in modo sostanziale la distribuzione della σ_z, incide invece sulla distribuzione delle σ_x e σ_y

- Nel caso di un mezzo dotato di eterogeneità continua il valore di σ_z è poco influenzato dal grado di eterogeneità del mezzo, mentre incide sulla distribuzione delle σ_x e σ_y

- La presenza di uno strato rigido alla profondità z < B comporta un incremento delle tensioni verticali rispetto a quanto previsto dalla teoria di Boussinesq

APPLICABILITA’

- Quando l’area di carico è posta ad una certa profondità, l’entità delle σ_z si riduce rispetto a quanto previsto dalla teoria di Boussinesq

- La rigidezza flessionale dell’area di carico influenza sensibilmente la distribuzione delle tensioni a piccole profondità

- In un mezzo trasversalmente isotropo (5 costanti elastiche), la distribuzione delle tensioni è controllata dal rapporto G_{vh} / E_V